

# Hipóteses Precárias nos Modelos Pós-keynesianos de Crescimento de um Setor

Carlos Maurício de Carvalho Ferreira\*

## Resumo

Este ensaio trata da explicitação didática das premissas precárias do modelo pós-keynesiano de crescimento de Domar (1948 e 1957) e dos modelos correlatos, visando a salientar o que há de mais relevante na contribuição desses modelos para o entendimento de características perenes das organizações econômicas de mercado e mesmo daquelas raras hoje em dia, de comando centralizado. Visa-se, também, enfatizar que o maior rigor matemático desses modelos não supera sua premissas precárias, mas apesar disso têm contribuições fundamentais na busca do entendimento profundo dos processos de produção social e de suas virtudes e mazelas.

## Abstract

This essay concerns a didactic explanation of the precarious premises of the Domar (1948 and 1957) post-keynesian one sector growth model, and other related models, aiming to show the very contribution of these models to the understanding of the perennial characteristics of the market economies and the today mostly uncommon economies of centralized command. More important is to emphasize that the mathematical strictness can not to surpass their precarious premises, and we are to consider the fundamental contribution of these models in the effort to understand profoundly the social production processes, and its virtues and weaknesses.

**Palavras-chave:** Economia, Crescimento, Ciclos, Pós-keynesiano.

\* Pró-diretor da Faculdade de Ciências Gerenciais da UNA

## Introdução

Os modelos pós-keynesianos de crescimento e ciclos econômicos com um único setor produtivo sugerem hipóteses precárias. Vale considerar que o duplo papel do investimento, ao mesmo tempo indutor do crescimento e da instabilidade, não foi prerrogativa desses modelos. As teorias das crises de subconsumo e superprodução e as teorias da desproporção, e do "profit squeeze", apresentadas com os modelos de reprodução e acumulação de capital em departamentos de produção e consumo interrelacionados, por exemplo Marx e Tugan-Baranovsky, já haviam há muito tempo discorrido sobre essas características marcantes das economias de mercado.

Assim, não é sem fundamento teórico e empírico que se desconfia da tese de crescimento econômico harmonioso da "nova economia", resultado do aumento contínuo da produtividade advinda dos novos paradigmas tecnológicos. Vale considerar, pois, que em economia se admite com grande probabilidade que possam surgir fortes flutuações na produção e no emprego e interrupção do crescimento.

Mas, não é o que se pretende discorrer neste ensaio. Outrossim, aqui apenas limitamo-nos a ressaltar algumas hipóteses precárias da família dos modelos de crescimento e dos ciclos de um setor pós-keynesianos, do tipo Domar, para sugerir de modo didático que a proposição da economia positiva de que não importa o realismo e a conformidade das hipóteses de um modelo, mas a sua capacidade de previsão do curso dos eventos econômicos, conduz a julgamentos bizarros desses fenômenos. Outrossim, apesar das hipóteses precárias, esses modelos destacam pioneiramente importantes fatores estruturais perenes das organizações econômicas, tais como a imperiosa necessidade de absorção crescente das mercadorias geradas pelo aumento voraz da capacidade produtiva. O exercício de abstração e generalização dos modelos pós-keynesianos de um setor reafirma o caráter científico do pensamento econômico, em consonância com as exigências mais modernas do conhecimento, da análise e reflexão, e em detrimento de taxonomias e métodos de raciocínios autocontidos e mecânicos.

## O Modelo de Domar

O modelo de crescimento econômico pós-keynesiano de Evsey David Domar<sup>1</sup> (1948 e 1957) pretende responder à pergunta: "tendo em vista que os investimentos aumentam a capacidade produtiva de um país, a que taxa devem crescer para que a economia permaneça em pleno-emprego?". Os gastos com investimentos hoje, aumentam o fluxo de despesas. Porém, no futuro, os investimentos maturam

e as novas fábricas que estão sendo construídas aumentarão a capacidade de produção, de modo que essa oferta adicional de bens terá de ser vendida, exigindo assim que a demanda também aumente.

Nestas condições, qual deve ser taxa de poupança e do correspondente investimento, hoje e no futuro, para garantir a absorção do aumento contínuo da produção? Desde logo, vemos que já se impõe uma condição paralela de difícil realização, a saber: as previsões dos empresários com relação ao montante necessário de poupança e de investimento são sempre corretas: a poupança e o investimento garantem o crescimento contínuo, quer seja sem excesso quer seja sem escassez de produção.

Para responder a essa questão vamos fazer algumas considerações implícitas no modelo de Domar, no qual o crescimento da produção é limitado exclusivamente pelo estoque de capital, que delimitam as condições de crescimento econômico, quais sejam:

### 1. A função de produção é do tipo<sup>2</sup>:

$$Y = \min \{ \delta K; hNe^{mt} \} \quad (1);$$

sendo que  $Y$  é a produção nacional agregada,  $K$  o estoque de capital,  $N$  a força de trabalho,  $e$  a base dos logaritmos neperianos,  $t$  é o tempo e  $\delta$ ,  $h$  e  $m$  são constantes positivas. Uma vez que se admite que o volume da mão-de-obra não constitui uma restrição para o crescimento da economia, tem-se que:

$$\delta K < hNe^{mt} \quad (2).$$

ou seja, dado o padrão tecnológico (produtividade do estoque de capital e da mão-de-obra), a taxa de crescimento da força de trabalho é maior do que do estoque de capital.

Assim, resulta que  $Y = \delta K$ , ou seja, a produção nacional agregada é limitada apenas pelo estoque de capital acumulado. Sendo que  $\delta$  é o inverso da produtividade marginal do capital (em algumas apresentações utiliza-se a expressão direta em lugar da relação produto/capital, aqui sendo representada por  $\delta = Y/K$ ). Às vezes prefere-se considerar a produtividade marginal média, pois a mão-de-obra cresce junto com o estoque de capital (é a produtividade do capital aos níveis

necessários do outro fator de produção, o trabalho). Admite-se, pois, que o crescimento do estoque de capital e da população é acompanhado pelo crescimento do emprego. O fator mão-de-obra não impõe limite à produção, neste caso, e sempre se combina em proporções fixas selecionadas com o capital na função de produção, de tal modo que basta considerar apenas o fator capital. É uma hipótese precária e de conseqüências bizarras para o modelo, como veremos.

Neste contexto, vale considerar: (1) o progresso tecnológico permite o crescimento econômico com mudanças qualitativas no estoque de capital, mesmo sem o crescimento da oferta de mão-de-obra e até mesmo com desemprego de trabalhadores; (2) como o capital é um estoque e a produção nacional é um fluxo medido em um dado período de tempo, a relação produto/capital marginal só tem sentido em cada período; é pouco provável que seja constante, e sim que tenha variações ao longo do tempo; (3) a hipótese de combinação variável "ex ante", "clay-clay", dos fatores de produção (capital e mão-de-obra), em modelos macroeconômicos agregativos de crescimento, é muito mais razoável.

### 2. A capacidade de produção no período $t$ é:

$$\bar{Y}_t = f(K_t) \quad (3);$$

sendo que  $K_t$  designa o estoque de capital existente no início do período  $t$ ;

### 3. A poupança "ex ante" no período $t$ é igual a uma função linear, da forma:

$$S_t = \alpha Y_t - b \quad (4);$$

desse modo,  $(S_{t+1} - S_t) = (\alpha Y_{t+1} - b) - (\alpha Y_t - b) = \alpha (Y_{t+1} - Y_t) \quad (5);$

### 4. Como toda a capacidade de produção da economia permanece plenamente utilizada, a capacidade produtiva é igual à produção nacional agregada, ou seja:

$$\bar{Y}_t = Y_t \quad (6).$$

### 5. A variação da produção nacional agregada em dois períodos de tempo pode então ser expressa como:

$$(\bar{Y}_{t+1} - \bar{Y}_t) = \delta (K_{t+1} - K_t) = \delta I_t \quad (7);$$

sendo  $I_t$  o investimento líquido "ex post" no período  $t$ , uma vez que o investimento líquido é igual à variação no estoque de capital existente,  $(K_{t+1} - K_t)$ .

Conclui-se, pois, que:

$$(\bar{Y}_{t+1} - \bar{Y}_t) : (K_{t+1} - K_t) = \delta \quad (8);$$

Assim sendo, nesta cadeia de relações, temos que o acréscimo do investimento é igual ao acréscimo da poupança, mantendo-se em equilíbrio, tal que a poupança "ex ante" é igual ao investimento "ex post":

$$I_t = S_t \quad (9);$$

e o acréscimo de investimento deve ser igual ao acréscimo de poupança, já que os empresários acertam suas previsões, tal que:

$$(I_{t+1} - I_t) = (S_{t+1} - S_t) = \alpha (Y_{t+1} - Y_t) \quad (10);$$

**7. O exposto acima nos itens 4, 5 e 6 permite-nos escrever que:**

$$\alpha (\bar{Y}_{t+1} - \bar{Y}_t) = \alpha (Y_{t+1} - Y_t) = \alpha \cdot \delta \cdot I_t \quad (11);$$

**8. Pode-se, também, escrever que:**

$$\alpha \cdot \delta \cdot I_t = I_{t+1} - I_t \quad (12), \text{ logo:}$$

$$\alpha \cdot \delta = \frac{I_{t+1} - I_t}{I_t} = \frac{Y_{t+1} - Y_t}{Y_t} \quad (13).$$

Vale chamar a atenção, por exemplo, que se considera o investimento em uma usina cuja construção se inicia e termina em um único período  $t$ , como incluído no estoque de bens de capital,  $K_t$  desse período.

Finalmente, Domar conclui que para a economia manter sua capacidade produtiva plenamente utilizada é preciso que os investimentos cresçam à uma taxa igual à propensão marginal a poupar, vezes a produtividade marginal do capital. Em outras palavras, se cada unidade de capital acrescenta um dado valor à produção ( $\delta$ ), e se a cada unidade da produção nacional agregada um dado valor é poupado e acrescentado ao estoque de capital existente ( $\alpha$ ), então a taxa de crescimento total da produção será  $\alpha \cdot \delta$ . Além disto, para se garantir que a capacidade produtiva será plenamente utilizada, necessita-se cada vez mais de um montante maior de investimentos, ou então haverá uma crise de superprodução. Por isto,  $\alpha \cdot \delta$  é também conhecida como uma taxa de garantia (warranted rate).

Na teoria keynesiana o efeito multiplicador do investimento inicial (e do investimento induzido - princípio da aceleração) realizado no período  $t$  sobre a produção termina se ele não se repetir continuamente nos períodos seguintes: é o efeito "pump priming" - a bomba de sucção de água precisa estar sendo escurvada para que a água continue a jorrar. Domar descobriu que não basta, porém, que o investimento se repita período após período: o valor do investimento precisa também aumentar continuamente como uma bola de neve, para absorver o aumento da capacidade produtiva.

Assim, por exemplo, se a propensão marginal a poupar,  $\alpha$ , for de 12%; a produtividade marginal do capital,  $\delta$ , medida como a relação marginal produto/capital, for de 1/2, o investimento líquido por período deveria crescer a uma taxa de 6%, para garantir o pleno emprego da capacidade produtiva que é gerada ao longo do tempo. Neste caso, se o investimento crescer menos de 6% por período, haverá o acúmulo crescente de capacidade ociosa, que precipitará a recessão da economia.

Em outras palavras, as organizações econômicas vivem o dilema da imperiosa necessidade de aumentarem continuamente o volume de investimentos que realizam a cada período, se quiserem manter o estoque de capital acumulado ao longo do tempo. Caso contrário, o aumento contínuo da capacidade ociosa dos bens de capital exigirá que eles sejam consumidos pela depreciação.

O modelo de Domar pode ser adaptado para responder a questão de quanto pode crescer a produção agregada de um país, mantendo a renda "per capita", no qual a propensão média líquida (descontada a depreciação das máquinas, equipamentos

e utilidades) a poupar for  $\alpha_L$  e a produtividade marginal do capital for  $\delta$ . Uma vez que concluímos:

$$Y_{t+1} - Y_t = \delta I_t = \delta \cdot \alpha_L Y_t \quad (14);$$

$$\frac{Y_{t+1} - Y_t}{Y_t} = \delta \cdot \alpha_L \quad (15);$$

$$I_t = \alpha_L Y_t \quad (16).$$

Assim, se: i)  $\delta = 1/2$ ; ii) a depreciação do estoque de capital for de 5%<sup>aa</sup> do PNB, e iii) a população crescer a 3%<sup>aa</sup>, qual deve ser a taxa bruta de investimento para que a renda "per capita" não decline?

Resposta:

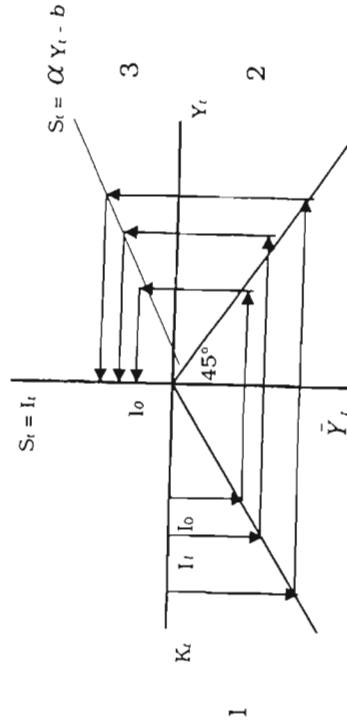
3% =  $1/2 (\alpha_B - 5\%)$ , sendo  $\alpha_B$  a taxa de poupança bruta.

Logo:

- a)  $\alpha_B = 11\%$ ;
- b)  $\alpha_L = 6\%$

O gráfico 1, a seguir sintetiza o efeito expansivo a que o investimento está condicionado para manter o equilíbrio entre o aumento da capacidade produtiva e da demanda agregada ao longo do tempo<sup>3</sup>.

**Gráfico 1**  
**Mecanismo do Modelo de Domar**



No quadrante 1, o aumento do estoque de capital no período 0 devido o investimento  $I_0$ , aumenta a capacidade de produção  $\bar{Y}_t$ , e a correspondente produção nacional agregada no quadrante 2. No quadrante 3, demonstra-se o necessário equilíbrio entre a poupança "ex ante" e o investimento "ex post". Vê-se claramente no quadrante 1 que o investimento necessário para manter o equilíbrio entre a oferta agregada e a demanda agregadas é cada vez maior, de tal forma que  $I_t > I_0$ .

## A Trajetória de Expansão

### 1. A Solução Analítica do Modelo

$$\bar{Y}_t = \delta K, \text{ logo: } \frac{d\bar{Y}}{dt} = \delta \cdot \frac{dK}{dt} = \delta I_t \quad (17);$$

$$S_t = \alpha Y_t - b \quad (18), \text{ logo: } \frac{dY_t}{dt} = \frac{1}{\alpha} \frac{dS_t}{dt} = \frac{1}{\alpha} \frac{dI_t}{dt} \quad (18);$$

$$\frac{1}{\alpha} \frac{dI_t}{dt} = \delta I_t, \quad (19), \text{ ou: } \frac{1}{I_t} \frac{dI_t}{dt} = \delta \cdot \alpha \quad (20), \text{ logo:}$$

$$\int \frac{1}{I_t} \frac{dI_t}{dt} dt = \int \delta \cdot \alpha dt \quad (21), \text{ sendo que: } \ln |I_t| + c_1 = \delta \cdot \alpha \cdot t + c_2 \quad (22).$$

$$\text{Logo: } I_t = e^{\delta \cdot \alpha \cdot t + c} \quad (23); I_t = e^{\delta \cdot \alpha \cdot t} \cdot e^c \quad (24), \text{ sendo } e^c = I_0,$$

resulta na solução analítica:  $I_t = I_0 e^{\delta \cdot \alpha \cdot t} \quad (25)$ .

Gráfico 2  
A Trajetória de Equilíbrio do Modelo de Domar



Para manter o equilíbrio dinâmico entre o aumento da capacidade produtiva e o aumento necessário da demanda ao longo do tempo, o fluxo de investimento deve crescer a uma taxa exponencial de  $\delta \cdot \alpha$ , seguindo uma trajetória semelhante a do gráfico 2<sup>4</sup>.

## 2. O Equilíbrio no “Fio da Navalha” (The Razor’s Edge)

Antes mesmo de Domar, Roy Forbes Harrod<sup>5</sup> havia desenvolvido um modelo cuja versão matemática era parecida com o de Domar. Porém, muito mais ambicioso e cuja semelhança com o modelo de Domar é apenas aparente. Harrod, não apenas reconheceu o problema de dinâmica relacionado ao crescimento econômico, mas também tinha como objetivo expor uma teoria econômica do crescimento estável e dos ciclos de negócios. Não vamos, aqui, explorar quais são as diferenças entre as contribuições de Harrod e Domar, mas apenas mostrar algumas das conclusões dos seus modelos teóricos.

Pode-se perguntar, então, o que ocorre quando, diferentemente das premissas de Domar, as previsões dos empresários com relação ao montante necessário de poupança e de investimento são incorretas, ou quando a poupança e o investimento “ex ante” não garantem o crescimento contínuo sem excesso ou escassez de produção. Consideremos, pois, a possibilidade da taxa de crescimento do fluxo de investimentos realizados pelos empresários, que efetivamente ocorre, representada por  $r$ , seja diferente da taxa  $w$ , que garante o equilíbrio dinâmico no modelo (warranted rate), e que como já vimos anteriormente tem de ser igual a  $\delta \cdot \alpha$ . Sendo assim:

$$I_t = I_0 e^{rt} \quad (26), \text{ e } \frac{dI_t}{dt} = r I_0 e^{rt} \quad (27),$$

uma vez que a derivada de  $e^{rt} = re^t$ ;

$$\text{sendo, } \frac{dY_t}{dt} = \frac{1}{\alpha} \frac{dI_t}{dt} = \frac{r}{\alpha} I_0 e^{rt} \quad (28);$$

$$\text{sendo, } \frac{d\bar{Y}}{dt} = \delta I_t = \delta \cdot I_0 e^{rt}, \quad (29),$$

$$\text{logo: } \frac{dY_t}{dt} / \frac{d\bar{Y}_t}{dt} = \frac{r}{\delta \cdot \alpha} = \frac{r}{w} \quad (30).$$

Então se:

- a)  $r > w$  o incremento de demanda agregada será maior do que o da capacidade de produção, resultando em falta de investimentos necessários para garantir o crescimento dinâmico. Seria de se esperar que os empresários, revertessem suas expectativas e viessem a investir mais, ou seja,  $w$  aumentasse, transformando-se em uma variável comportamental adaptativa, ao invés de atuar como um parâmetro rígido;
- b)  $r < w$ , então haverá insuficiência de demanda agregada, resultando em capacidade ociosa. Seria de se esperar, também neste caso, que as expectativas empresariais fossem revertidas e os investimentos reduzidos. A variável  $w$  diminuiria de valor, transformando-se em uma variável comportamental adaptativa, ao invés de ser um parâmetro rígido

Tais conclusões são surpreendentes: 1) a demanda excederá a oferta somente quando a taxa efetiva,  $r$ , for superior a taxa garantida,  $w$ , e 2) somente haverá formação de estoques não planejados quando ocorrer o contrário. Em suma, de forma bizarra a subprodução resulta quando a economia cresce de mais e a superprodução quando a economia cresce de menos<sup>6</sup>. Conclui-se, também, que a trajetória da

economia está eivada de percalços: ela caminha em cima de um fio de navalha. O crescimento econômico contínuo e estável é muito mais obra do acaso, desde que seriam necessárias exigentes políticas macroeconômicas, cuidadosamente sintonizadas, para guiar a economia em uma trajetória estável de crescimento econômico contínuo.

Finalmente, é preciso considerar que o professor Robert M. Solow<sup>7</sup> demonstra que a instabilidade econômica da trajetória de equilíbrio do modelo Harrod-Domar está associada ao tipo particular de função de produção com proporções fixas, expressa por:  $Y_t = \delta K_t$ ;  $Y_t = \dot{Y}_t$ . Logo:  $\dot{Y}_t = \delta K_t$  (31), de tal forma que basta apenas explicitar o fator capital,  $K_t$ .

### Bibliografia

- <sup>1</sup> **DOMAR**, E.D. "Expansion and Employment", e "The Problem of Capital Accumulation", *American Economic Review*, 37, March 1947, pp 34-55 e 38. December 1948, pp 777-94, republicados em: *Essays in the Theory of Economic Growth*, Oxford University Press, 1957.
- <sup>2</sup> **SIMONSEN**, M.H e **CYSNE**, R.P.A Teoria do Crescimento Econômico, *Macroeconomia*, Ao Livro Técnico, Rio de Janeiro, 1989, pp. 386-417.  
**SIMONSEN**, M.H. A Teoria do Crescimento, *Dinâmica Macroeconômica*, Capítulo III, McGraw-Hill do Brasil, 1983, pp. 93-123.
- <sup>3</sup> **ACKLEY**, G. Domar Formulation of the Problem of Growth. *Macroeconomic Theory*, The Macmillan Company, New York, 1961, pp. 513-17.
- <sup>4</sup> **CHIANG**, Alpha C. Domar Growth Model, *Fundamental Methods of Mathematical Economics*, McGraw-Hill, International Student Edition, 1967, pp. 419-22.
- <sup>5</sup> **HARRROD**, R.F. An Essay in Dynamic Theory, *Economic Journal*, Vol. XLIX, March, 1939, pp. 14-33, republicado, expandido e revisado em: *Towards a Dynamic Economics*, Macmillan, 1949, pp.63-100.

<sup>6</sup> **SIMONSEN**, M.H. Dinâmica e Ciclos, *Dinâmica Macroeconômica*, Capítulo V, McGraw-Hill do Brasil, 1983, pp. 198.

<sup>7</sup> **SOLOW**, Robert M. Technical Change and the Aggregate Production Function, *Review of Economics and Statistics*, Vol. XXXIX, Harvard University Press, 1957, pp. 312-20;

**CHIANG**, Alpha C., Solow Growth Model, op. cit. pp. 451-455.