ARQUIVO 3

Artigo

PROGRAMAÇÃO LINEAR COM OBJETIVOS MÚLTIPLOS

Um instrumento para tomada de decisão

Jersone Tasso Moreira Silva[1]

Resumo

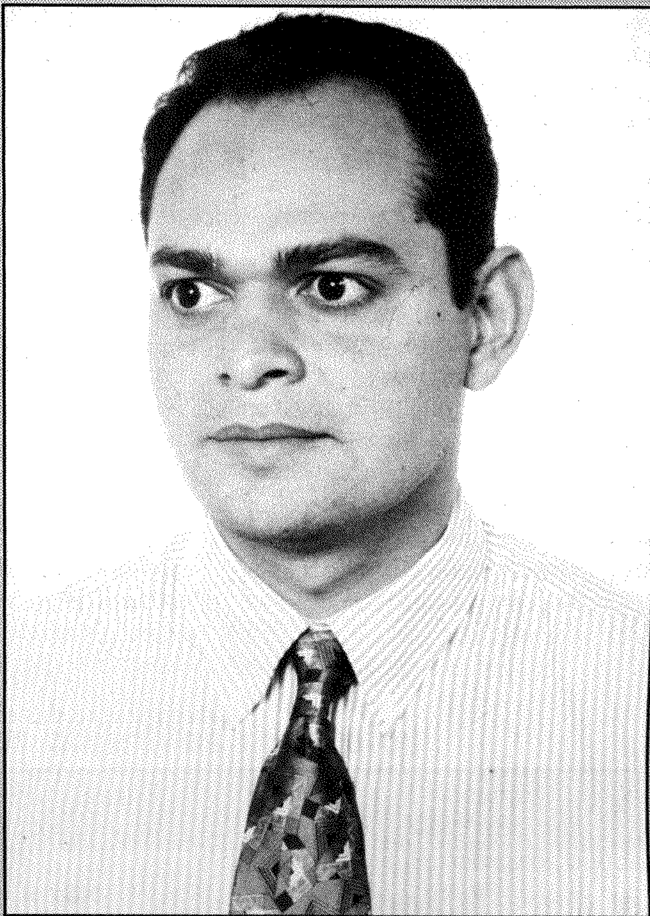
O planejamento agrícola, nos modernos sistemas rurais, tem se tornado muito complexo e de crescente importância. Os avanços tecnológicos nas últimas décadas estimularam uma crescente demanda para o desenvolvimento formal de técnicas de planejamento baseado em modelos matemáticos nos quais o produtor poderá se basear para atingir seus objetivos. Entre as várias ferramentas aplicadas hoje para otimizar o gerenciamento das atividades agrícolas, está a Programação Linear (PL). Contudo, tal técnica apresenta deficiências no que diz respeito a problemas de tomada de decisão, pois tal metodologia pressupõe que as escolhas sejam feitas a partir de um único critério e um único objetivo. Na verdade os tomadores de decisões estão interessados não apenas em otimizar um único objetivo e sim vários. Sendo assim, o presente trabalho terá como objetivo geral apresentar uma revisão de literatura abordando-se as vantagens no uso da Programação Linear com Objetivos Múltiplos (PLOM), metodologia e estudos de casos onde tal metodologia é aplicada.

Palavras-Chave

Planejamento Agrícola, Tomada de Decisão, Otimização sob Critérios Múltiplos.

Abstract

The agricultural planning, in the modern agricultural systems, have become very complex and increasingly important. In the past decades, the agricultural development have led to an increasing demand for the development of a formal planning technique based o mathematical models to help the producer in accomplishing his/her objectives. If agricultural planning is well formalized then the decision maker will be able to forecast eventual outcomes. Among many techniques used today to optimize the management of agricultural activities, the most widely used is the Linear Programming (PL). However, this methodology present some deficiencies with respect to decision making, it works with only one objective and one criteria, instead of many. Therefore, as a general objective, this paper aims to introduce a literature review presenting the advantages of using Linear Programming with Multiple Objectives (LPMO), its methodology and applications.



Key Word

Agricultural Planning, Decision Making, Multiple Criteria Optimization.

Introdução

O setor agrícola possui características peculiares principalmente sob o aspecto de gerenciamento. O tomador de decisão tem que fazer o planejamento da produção utilizando-se de fatores de produção, i.e., água, mão-de-obra, capital, terra, etc., que em situações podem ser escassos, e a partir destes recursos determinar uma combinação que maximize a produção total gerando uma maximização do lucro ou minimização do custo total.

Os tomadores de decisões, dada a limitação dos recursos, estão interessados em otimizar não apenas um único objetivo e sim vários, isto é, de modo geral os empresários agrícolas, ou agências governamentais, procurarão maximizar a margem bruta, mão-de-obra, utilização de máquinas, etc. Para tal, foram desenvolvidas técnicas que trabalham com múltiplos objetivos na mesma estrutura da tradicional programação linear (Siskos, 1994). As principais técnicas desenvolvidas para solução de problemas de otimização sob Critérios Múltiplos são: Programação de Metas, Programação com Objetivos Múltiplos, Programação de Compromissos e Tomada de Decisão Interativa com Objetivos Múltiplos.

Yoon & Hwang (1995) definem tomada de decisão sob critérios múltiplos como sendo a escolha de preferências, isto é, a avaliação, priorização e seleção sobre as alternativas disponíveis às quais são caracterizadas por objetivos múltiplos e geralmente conflitantes. Sob o aspecto da tomada de decisão, Goicochea *et alii* (1982), definem tomada de decisão como um processo e não apenas como um ato. Os autores acreditam que trata-se de um processo dinâmico, com todos os componentes envolvidos alterando e evoluindo durante o processo.

RAE (1994), apresentou no Quadro 1 quatro situações ou "estruturas de preferência". As duas primeiras estruturas de preferência são aplicadas quando o conjunto de metas (ou alvos) alcançam níveis para cada objetivo que não são apropriados. Se os dois objetivos são a maximização da renda e a minimização do risco, estas estruturas são relevantes para o gerente julgar que maior renda (ou menor risco) é preferível para menos (mais), não importando a quantidade da renda (ou risco). A estrutura de Preferência P_1 é aplicada quando o tomador de decisão (TD) está preparado para executar um *trade off* ao nível de realização de um objetivo em relação a um outro. Se aplicássemos ao exemplo, uma redução na renda seria aceitável contanto que o risco fosse suficientemente reduzido. A estrutura P_2 vem a ser relevante se tais *trade offs* forem inaceitáveis para o TD.

As estruturas preferenciais P_3 e P_4 reconhecem que os TD algumas vezes almejam suas tomadas de decisões em metas específicas, alvos ou níveis satisfatórios de alcance.

QUADRO 1
Categorização das estruturas de preferência

Estruturas de Preferência	Existem níveis de alcance dos alvos?	Aceitam-se "trade-offs" entre objetivos ou alvos?
P_1	Não	Sim
P_2	Não	Não
P_3	Sim	Sim
P_4	Sim	Não

Fonte: ERA (1994).

A Programação Linear com Objetivos Múltiplos, também conhecida como técnica de otimização vetorial, é mais adequada para situações onde o tomador de decisão tem de fazer opções em ambientes com múltiplos objetivos, onde não há necessariamente a existência de metas bem definidas. Uma vez construído o modelo de programação dever-se-á gerar um conjunto de soluções eficientes no qual facilitará a escolha do tomador de decisão. O Quadro 1, citado anteriormente, apresenta as estruturas P_1 e P_2 nas quais não é apropriado especificar metas definidas ou alvos para cada objetivo.

O principal objetivo da Programação Linear com Objetivos Múltiplos é estabelecer um conjunto eficiente de soluções ou soluções Pareto Ótimo (PO). A metodologia procura distinguir as soluções Pareto Ótimo das soluções que não são ótimo. As soluções ótimas de Pareto tratam-se de soluções viáveis tais que nenhuma outra solução viável pode atingir o mesmo ou melhor desempenho para todos os critérios considerados, e ainda ser estritamente melhor para pelo menos um critério.

Deve-se ainda considerar que a escolha do número e da composição dos objetivos múltiplos para análise podem determinar de forma significativa o nível de sucesso em processo de planejamento. O ideal é encontrar um equilíbrio, de forma que o número de objetivos selecionados ajude a assegurar o aceite do plano proposto.

Segundo Winston (1994), quando os objetivos múltiplos passam a ser importantes ao tomador de decisão talvez se torne difícil a escolha das alternativas. Para solucionar tal problema Saaty (1991) desenvolveu o Método de Análise Hierárquica o qual consiste em uma abordagem de tomada de decisão sob critérios múltiplos na qual os fatores são ajustados em uma estrutura hierárquica. A metodologia de análise hierárquica é útil para formular problemas incorporando conhecimento e julgamentos, de forma que as questões envolvidas sejam claramente articuladas, avaliadas, debatidas e priorizadas.

Define-se uma hierarquia como um sistema de níveis estratificada, onde cada um consiste em um número de elementos, ou fatores. A questão central a ser considerada refere-se ao peso com que os fatores individuais dos níveis mais baixos da hierarquia influenciam o fator no nível mais elevado, isto é, o objetivo geral. Os objetivos do problema ditam onde colocar a ênfase para a determinação destes pesos.

A utilização de hierarquias como ferramenta auxiliar para o processo de tomada de decisão apresenta as seguintes vantagens:

- a hierarquização fornece detalhes de informação sobre a estrutura e as funções de um sistema nos níveis baixos, permitindo uma visão geral dos atores e de seus propósitos nos níveis mais altos.

- a representação hierárquica de um sistema pode ser usada para descrever como as mudanças em prioridades nos níveis mais baixos afetam as propriedades dos níveis mais altos.

- sistemas naturais montados hierarquicamente, através da construção e montagem final de módulos, desenvolvem-se mais eficientemente do que aqueles elaborados de um modo geral; e são sistemas estáveis, no sentido de que pequenas modificações produzem efeitos pequenos, e flexíveis, uma vez que adições de elementos a uma hierarquia bem estruturada não perturbam seu desempenho.

Portanto, as considerações mencionadas justificam compreender melhor a Metodologia de Programação Linear com Objetivos Múltiplos visto que na elaboração de uma estratégia de ação, o tomador de decisão enfrenta múltiplos objetivos e muitas vezes conflitantes, que, devido à natureza da situação da decisão, são inatingíveis e simultâneas.

Programação linear com objetivos múltiplos

O fundamento da solução de Problemas de Programação Linear com Objetivos Múltiplos é o conceito de soluções eficientes. Uma solução eficiente é obtida quando não é possível melhorar o nível de alcance de um objetivo sem reduzir o êxito de um outro objetivo.

Uma vez que o objetivo da PLOM é gerar um conjunto eficiente, a formulação geral do problema pode ser descrita como:

$$Ef(X) = [\, Z_1(X), Z_2(X), \ldots, Z_q(X)]$$
sujeito a $X \in F$

onde Ef *representa a busca pela solução eficiente, cada* Z_i *corresponde a um dos objetivos do problema, e F representa o conjunto de soluções viáveis.*

Quando há somente duas variáveis de decisão e duas funções objetivo, é possível interpretar e resolver o PLOM graficamente. No entanto, ao se considerar mais de duas variáveis de decisão o uso de tais artifícios não serão possíveis. Em tais casos, outros recursos matemáticos poderão ser usados para gerar um conjunto de soluções viáveis. As referências sugerem três recursos para se analisar um problema com mais de duas variáveis de decisão: (1) O Método da Restrição, e (2) O método de Pesos. Para uma melhor abordagem dos métodos de restrição e de pesos, é oportuno que se introduza o conceito de matriz *Pay-off*.

A matriz *pay-off* em plom

Um modo de se obter informações a priori e oportunas de um PLOM é otimizar cada objetivo separadamente sobre todos os conjuntos eficientes e então computar o valor de cada objetivo em cada solução ótima. Neste modo uma matriz quadrada, chamada de "Pay-off", é obtida.
Exemplo.1[2]

Maximizar o valor presente líquido (NPV) de um investimento de plantio:

$$Z_1(X) = 6250\,x_1 + 5000x_2$$

Minimizar o número de horas de trabalho sazonal durante a colheita:

$$Z_2(X) = -400x_1 - 450x_2$$

Os elementos da primeira linha referem-se ao máximo NPV correspondente ao custo de 11.893 horas trabalhadas. Os elementos da segunda linha referem-se o mínimo de horas extras (4.000 horas) correspondente ao NPV $62.500.

QUADRO 2
Matriz Pay-off para dois objetivos

	NPV	Horas de trabalho
NPV	166.755	11.893
Horas extras	62.500	4.000

A partir desta matriz fica fácil verificar o conflito entre os objetivos em consideração. Assim, de fato, o máximo valor de NPV somente é compatível com um nível de trabalho eventual aproximadamente 3 vezes maior do que o nível mínimo, e o mínimo de trabalho eventual só é compatível com um valor de NPV menor que a metade do nível máximo.

Segundo ROMERO & REHMAN (1989), os elementos da diagonal principal desta matriz são referidos como "pontos ideais", isto é, a solução onde todos os objetivos alcançam seus valores ótimos. Quando os objetivos estão em conflitos, como neste caso, o "ponto ideal" é inviável. O vetor cumpre a função essencial de um ponto de referência na aproximação da Programação com Compromisso, que já foi citada anteriormente como uma outra metodologia para resolução de MCDM.

Quando consideramos os piores elementos, isto é, o máximo valor, quando o objetivo é minimizar; e o mínimo valor quando o objetivo é maximizar, de cada linha da matriz então temos os chamados pontos "anti-ideais".

Estes conceitos de pontos "ideais" e "anti ideais" são importantes porque a diferença entre seus valores definem uma faixa de valores para cada função objetivo, as quais são usadas na explicação do método de restrição.

Otimalidade de pareto e curvas de *trade-offs*

Na seção anterior obtivemos o conjunto de soluções eficientes, nesta seção reintroduzimos alguns conceitos da Otimalidade de Pareto, para melhor exemplificar a construção das curvas de *Trade-Off*, que nada mais é que representar graficamente o conjunto de soluções obtidas no exemplo anterior.

Assim sendo, segue-se a definição:

Uma solução (chamada A) para um problema com objetivos múltiplos é Ótima de Pareto se nenhuma outra solução viável for ao menos tão boa quanto A referindo-se a todos objetivos e se for estritamente melhor do que A referindo-se a pelo menos um objetivo.

A Otimalidade de Pareto é:

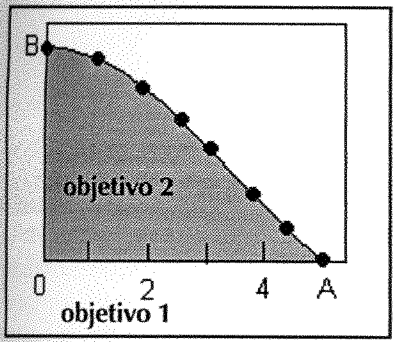
Uma solução viável B domina uma solução viável A para problemas de múltiplos-objetivos se B for ao menos tão boa quanto A com relação a todos objetivos e se for estritamente melhor do que A referente ao menos um objetivo.

Então, as soluções ótimas de Pareto são o conjunto de todas soluções viáveis não-dominadas. Representando-se graficamente os "score" das soluções ótimas no plano x-y com o eixo-x sendo marcados os pontos do objetivo 1, e o eixo-y sendo marcado os pontos do objetivo 2, tem-se o chamado Limite de Eficiência (Efficient Frontier) ou Nível de Alcance (Tradeoff Curve).

Para ilustrar, suponha que o conjunto de soluções viáveis para um problema de objetivos múltiplos seja a região sombreada limitada pela curva AB na Figura 1. Se nós desejamos maximizar ambos os objetivos 1 e objetivo 2, então a curva AB será o conjunto de pontos Ótimos de Pareto.

[2] Ver ROMERO & REHMAN (1984) para a modelagem completa do completa do problema de otimização com objetivos múltiplos.

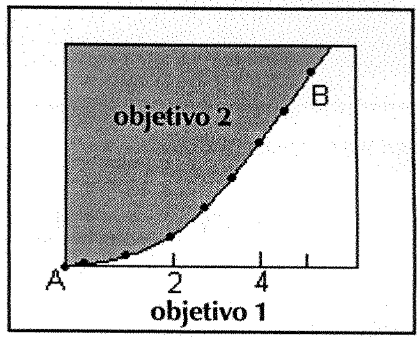
FIGURA 1:
Curva de Maximização dos objetivos 1 e 2



Para outra ilustração, suponha que o conjunto de soluções viáveis para um problema de múltiplos objetivos seja todo ponto sombreado no primeiro quadrante limitado por baixo pela curva AB na figura.2. Se nossa meta é maximizar o objetivo 1 e minimizar o objetivo 2, então a curva AB é o conjunto de pontos ótimos de Pareto.

Em um problema de objetivos múltiplos onde tanto restrições quanto objetivos são funções lineares a curva de *trade off* possuirá uma curva linearizada, porém com inclinações diferentes.

FIGURA 2:
Curva de MAX do objetivo 1 e MIN do objetivo 2



Sumário dos procedimentos das curvas de *trade off*

O procedimento que usamos para construir as curvas de *trade off* entre 2 objetivos podem ser sumariados como se segue:

Etapa 1: escolher um objetivo (objetivo 1) e determinar o melhor valor deste objetivo que pode ser alcançado (chamado de v1). Para a solução obtida v1, encontrar o valor do objetivo 2 (chamado v2). Então (v1,v2) é um ponto da curva de *trade off*.

Etapa 2: para valores v do objetivo 2 que são melhores do que v2 , resolva o problema de otimização na etapa 1 com a restrição adicional: o valor do objetivo 2 que é ao menos tão bom quanto v. Variando v (sobre valores de v preferíveis em relação à v2) obter-se-á outro ponto da curva *trade off*.

Etapa 3: na etapa 1 nós obtivemos um ponto final da curva de **trade off**. Se for determinado o melhor valor do objetivo 2 que pode ser alcançado obter-se-á o outro ponto final da curva de tradeoff.

Em situações quando há mais do que dois objetivos é comum recorrer ao exame de curvas de *trade off* entre diferentes pares de objetivos.

Métodos de análise de plom com mais de duas variáveis de decisão

O Método de restrição

A idéia básica do método é otimizar um dos objetivos enquanto os outros são especificados nas restrições. O conjunto eficiente é então gerado por parametrização do lado direito dos objetivos tratados como restrições. Assim, para um PLMO com q objetivos para ser maximizado, o método de restrições é formulado como se segue:

Maximizar Z_k (X) sujeito a X ∈ F, onde $Z_j(X)$ ³ L_j j= 1, 2, ...k-1, k+1, ...,q

sendo $Z_k(X)$ o objetivo a ser otimizado. Através de variações paramétricas do lado direito L_j o conjunto eficiente é gerado. Assim, para o exemplo anterior, se o NPV é escolhido como o objetivo a ser otimizado a aplicação do método de restrição toma a seguinte forma:

Maximizar $6{,}250x_1 + 5{,}000x_2$ sujeito a $400x_1 + 450x_2 \leq L_1$, X ∈ F

Os valores "ideais" e "anti-ideais" mostrados na segunda linha da matriz **Pay-off** podem ser considerados os limites superior e inferior para a faixa de valores onde o parâmetro L_1 pode variar. O Quadro 3 mostra o conjunto de soluções eficientes obtidas neste intervalo:

QUADRO 3
Pontos extremos eficientes gerados pelo método de restrição

X_1	X_2	Z_1	$Z_2 \Rightarrow L_1$
19,8	9,38	166,775	11,893
23,59	3,47	164,788	11,000
26,18	0	163,625	10,472

25	0	156,250	10,000
22,50	0	140,625	9,000
20	0	125,000	8,000
15	0	93,750	6,000
12,50	0	78,125	5,000
10	0	62,500	4,000

(FONTE: ROMERO, 1989)

O método de ponderação

A idéia básica deste método é combinar todos os objetivos dentro de uma única função objetivo. A cada função objetivo é dada um peso antes que todos os objetivos sejam adicionados. Na seqüência, o conjunto eficiente é gerado diretamente da variação paramétrica dos pesos. Assim, para um PLOM com q objetivos para serem maximizados, método de ponderação tem a seguinte formulação matemática:

Maximize $W_1Z_1(X) + W_2Z_2(X) + \ldots + W_qZ_q(X)$ sujeito a $W > 0$, onde $X \in F$

Através das variações paramétricas dos pesos W o conjunto eficiente pode ser gerado. Deve ser observado que o método de ponderação só é eficiente quando os pesos são maiores do que zero (Z>0). Se um dos pesos é zero, e existe alternativa de soluções ótimas, então a solução ótima correspondente fornecida pode ser inferior ou não-eficiente. Além disso, o método de ponderação pode somente gerar pontos eficientes extremos e não ambos, extremo e o interior, como o método de restrição faz.

Para o *Exemplo 1*, a aplicação do método de ponderação sugere a seguinte formulação matemática:

Maximize $w_1(6,250x_1 + 5,000x_2) + w_2(-400x_1 - 450x_2)$

sujeito a

$x \in F$

$w_1 > 0 \qquad w_2 > 0$

Trabalhando com pesos normalizados (i.e., fazendo w1 + w2 = 1) e parametrizando seus valores, obtém-se resultados que revelam a importância ou preferência do TD para cada objetivo, pois para cada valor atribuído ao peso, obtém-se uma solução ótima correspondente quando analisada graficamente. Assim, uma solução obtida com os pesos: (0,4 ≤ w1 ≤ 1) e (0 ≤ w2 ≤ 0,6), poderia ser interpretada como a melhor solução para um TD que considerou a importância do NPV 0,66 vezes comparada com a importância dada ao objetivo das horas de trabalho sazonal. Esta interpretação de pesos é correta somente se a função utilidade é admitida como sendo linear e aditiva. Em outras palavras a função objetivo corresponde à função utilidade do TD.

Aplicações da plom em estudos de caso

Tunísia

SISKOS *et alli* aplicou a PLOM em um estudo na Tunísia. Utilizou-se um software de programação linear com objetivos múltiplos chamado ADELAIS com o intuito de investigar conflitos e compromissos entre objetivos específicos de desenvolvimento e projetar avaliações alternati- vas de modelos eficientes para planejamento agrícola da Agro-Combinat Touila de Sidi Bouzid. Este estudo utilizou-se também dos princípios da tomada de decisão interativa.

O processo de decisão: depois de entrar com os dados do problema em forma matricial, o sistema calculou os limites superiores e inferiores para cada função objetivo, respectivamente, no conjunto viável. Processou-se assim a estimativa da solução eficiente inicial. Durante a fase preliminar o TD ainda não expressa suas opiniões. O sistema gera um matriz *Pay-off* para fornecer ao TD (Quadro 5). Os elementos da matriz diagonal da matriz representam os pontos ideais nos quais os objetivos alcançam um valor ótimo. Como já vimos este ponto não é viável, devido aos conflitos entre os objetivos. Desta matriz uma grande parte de informações são obtidas, tais como, no estudo em questão, da segunda linha da matriz pay-off deduziu-se que o modelo de colheita assume um maior nível de oferta de emprego anual perto da mais alta margem bruta possível, mas só pode ser praticado com o aumento de um uso intensivo do maquinário agrícola. Ao mesmo tempo é gerado muito trabalho sazonal e a produção de forragem é limitada a cerca de metade da capacidade da fazenda. Uma cuidadosa análise da matriz *pay-off* pode mostrar os conflitos e as complementariedades dos objetivos.

QUADRO 4:
Matriz Pay-Off gerada por ADELAIS para ACT

	Temporada de Trabalho (horas)	Empregos (homem/dia)	Margem Bruta (milhões $)	Horas de Trator	Produção Forragens
Temp. Trab.	28852,90	62287.610	788.139	49073.020	2898.204
Empregos (homens/dia)	133350.600	77712.520	990.035	58944.660	6559.420
Margem Bruta	108905.600	75389.720	994.703	58228.720	2625.000
Horas de Trator	34802.510	59372.000	719.430	46376.000	2625.000
Prod. De Forragens	113762.400	72232.420	845.911	56680.440	12159.680

FONTE: SISKOS, 1994.

A partir desta matriz o TD ordena a importância relativa dos objetivos, e o sistema gera um número de alternativas fictícias e pergunta ao TD para ordenar o grau de prioridade de acordo com suas preferências. Neste passo já inicia-se a fase interativa do método e como não se pretendemos nos aprofundar nesta direção, dirigimo-nos às conclusões do autor, que descreve que o uso do ADELAIS melhorou o entendimento de problemas referentes ao planejamento de operações agrícolas. Benefícios deste tipo, devido às dificuldade de avaliação, traz importantes contribuições ao TD. Nesta pesquisa, o sistema proporcionou um eficiente modo de reproduzir a realidade da fazenda e suas respostas à diferentes estímulos.

VIII região do Chile

Esta pesquisa foi realizada por um Grupo de Investigações Agrárias (GIA) que conduz Pesquisas de Sistemas Agrícolas (FSR) na VIII Região do Chile. Este foi o primeiro trabalho com o objetivo de projetar e validar opções tecnológicas que permitisse tipos de sistemas para superar suas principais limitações, além de testar e validar novas metodologias alternativas para fortalecer suas atividades básicas.

Segundo os autores MAINO *et alii* (1993), o modelo de programação com múltiplos objetivos, ou vetor de otimização, foi escolhido porque o conjunto de soluções eficientes mostra os níveis de alcance para cada objetivo, e também proporciona informações para calcular as curvas de trade-off entre eles. Estas informações proporcionam valiosas reflexões sobre o funcionamento do modelo de sistema inicial. Ainda mais, a PLOM tem a vantagem de não requisitar nenhuma informação de preferência do TD na construção do modelo.

Para gerar o conjunto de soluções eficientes, foi utilizado o software MLP (Computing & Systems Consultants BV, 1987). Este sofware gera somente os pontos eficientes extremos e pode processar problemas de tamanho médio, sejam de 50 variáveis de decisão e 50 restrições com no máximo 8 objetivos.

O trabalho conduzido demonstrou a vantajosa aplicabilidade do PLOM e, os autores enfatizam que o maior valor deste tipo de pesquisa é a realçada aplicação a relações dinâmicas que existem entre tecnologias, atividades produtivas, restrições e objetivos de fazendeiros.

Conclusões

Através deste estudo observou-se que, em problemas de tomada de decisão, o que se pretende muitas vezes não é a otimização de um único objetivo, mas sim o estabelecimento de uma solução que considere simultaneamente diversos objetivos relacionados ao problema.

Programação Linear com Objetivos Múltiplos é uma técnica da Tomada de Decisão com Múltiplos Critérios a qual possibilita implementar e solucionar modelos que possam envolver um número maior de critérios associados às questões reais observadas em problemas de tomada de decisão.

O presente estudo procurou ainda apresentar o conceito de solução eficiente incluindo-se a análise da matriz de *pay off*, Otimalidade de Pareto, e curvas de *trade off*.

No Brasil, a literatura consultada ainda não apresenta muitos trabalhos desenvolvidos na área. Contudo, em outros países, a PLOM já é bastante difundida e utilizada.

Conclui-se assim, com uma observação de que a metodologia aplicada é uma alternativa de tomada de decisão sob critérios múltiplos para os modelos tradicionais de programação linear utilizados para solução de problemas envolvendo tomada de decisão.

Referências Bibliográficas

Barnett, M. S., Blake, B. & McCarl, B. A. Goal Programing via Multidimensional Scalling Applied to Senegalese SubsistanceFarms. American Journal of Agricultural Economics (November,1982):720-727.

El-Shishiny, H. A Goal Programming Model for Planning the Development of Newly Reclaimed Lands. Agricultural Systems 26(1988):245-261.

Glen, J.J. Mathematical Models in Farm Planning : A Survey. Operations Resarch 35 (September-October 1987): 641-666.

Goicochea, A., Hansen, D. R. & Duckstein, L. Multiobjective Decision Analysis with Engineering and Business Applications. John Wiley & Sons, New York, 1982. 519p.

Lanzer, E. A. Programação Linear: Conceitos e Aplicações. IPEA, Rio de Janeiro, 1982. 258p.

Maino, M., Berdegue, J., Rivas, T. Multiple Objective: Na Application for Analysis and Evaluation of Peasant Economy of the VIIIth Region of Chile. Agricultural Systems 41 (1993):387-397.

Mendoza, G. A., Campbell, G.E., & Rolfe, Gary L. Multiple Objective Programming: An Approach to Planning and Evaluation of Agroforestry Systems: Part 2 - An Illustrative Example and Analysis. Agriculatural Systems 23 (1987):1-18.

Rae, A. N. Agricultural Management Economics - Activity Analisys and Decision Making. CAB International, Wallingford, UK, 1994. 358p.

Romero, C. & Rehman, T. Goal Programming and Multiple Criteria Decision in Farm Planning: An Expository Analysis. Journal of Agricultural Economics 35 (May 1984):177-190.

Romero, C. & Rehman, T. Multiple Criteria Analysis for Agricultural Decision. Developments in Agricultural Economics, 5. Elsevier, New York, 1989. 257p.

Saaty, T.S. Método de Analise Hierárquica. MacGraw-Hill - Makron Books, São Paulo, 1991. 367p.

Siskos, Y., Despotis, D. K. & Ghedira, M. Multiobjective Modelling for Regional Agricultural Planning: Case Study in Tunisia. European Journal of Operations Research 77 (1994):375-391.

Winston, W. L. Operations Research Applications and Algorithms. Duxburry Press. Belmont, California 3ed. 1994. 1311p.

Yoon, K. P. & Hwang, C. Multiple Attribute Decision Making: Na Introduction. SAGE University Paper Series on Quantitative Applications in the Social Sciences, 07-104. Thousand Oaks, CA, 1995. 75p.